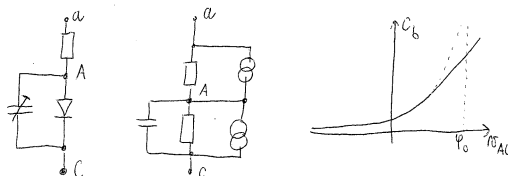


Modely vysokofrekvenčních prvků

1 Dioda

Nejjednodušší polovodičovou součástí je dioda. Její model je na obr.1.



Obrázek 1: Obvodový a šumový model diody, bariérová kapacita

Velkými písmeny A, C je označena anoda a katoda. Symbol diody představuje pouze statickou část modelu čili voltampérovou charakteristiku diody danou Shocleyovou rovnicí.

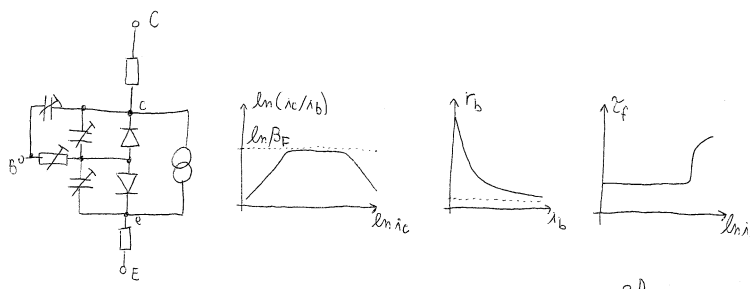
$$I = I_S(e^{\frac{v_{AC}}{nv_T}} - 1) \quad (1)$$

Závislost není přesně exponenciální, a proto se v rovnici objevuje korekční emisní činitel. Rezistor představuje sériový odpor. Proměnlivý paralelní kondenzátor se skládá z bariérové a difúzní kapacity a popisuje dynamickou část modelu. Difúzní kapacita se uplatňuje v propustném režimu, kdy majoritní nosiče difundují do oblastí, kde jsou minoritní. Oblast prostorového náboje neobsahuje pohyblivé nosiče, a proto všechny nosiče nestačí rekombinovat. Objevuje se tedy nekompensovaný náboj, který popisujeme difúzní kapacitou. Bariérová kapacita popisuje napěťově závislou šířku OPN. Její graf je na obr.1. Kdyby se na PN přechodu objevilo napětí rovné difúznímu potenciálu, kapacita by byla nekonečná, protože OPN by měla nulovou šířku. Kvůli výpočtům se kapacita linearizuje, aby nedocházelo k přetečení rozsahu čísel.

$$i_D = C_{dif}v_{AC}, C_{bar} = \frac{C_0}{\left(1 - \frac{v_{AC}}{\varphi_0}\right)^m} \quad (2)$$

Důležitým jevem, který se u součástek modeluje je šum. Šumový model diody je na obr.1. Šum je náhodný proces, a proto se proudový zdroj nedá definovat jako časově proměnná veličina. Místo toho se definuje pomocí střední hodnoty kvadrátu. Prvním typem je tepelný um, který je způsoben tepelnými kmity krystalové mřížky. V modelu ho reprezentuje zdroj připojený k odporu. Druhý proudový zdroj reprezentuje výstřelový a blikavý um. Výstřelový um je způsoben kvantovým pohybem nosičů přes přechod, protože množství prošlých nosičů není konstantní. Blikavý um je způsoben pastmi, na kterých se nosiče zachytávají.

2 Bipolární tranzistor

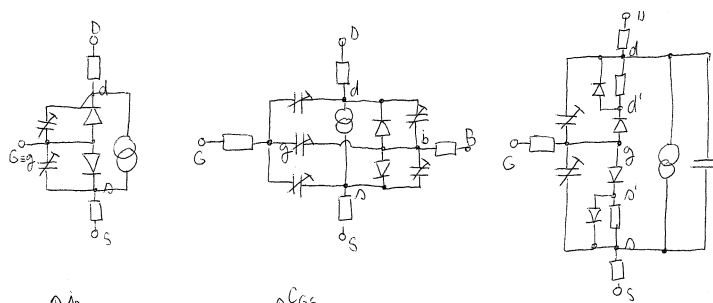


Obrázek 2: Model bipolárního tranzistoru, proudové zesílení, odpor báze a průletová doba

Model bipolárního tranzistoru NPN v aktivním režimu je na obr.2. Dva přechody reprezentují dvě antisériové diody. Proudový zdroj je nelineární a reprezentuje zesílení kvůli tranzistorovému jevu. Rezistory reprezentují sériové odpory elektrod. Odpor báze je proměnlivý. Kondenzátory popisují difúzní a bariérovou kapacitu emitorového a kolektorového přechodu. Popis kolektorové kapacity je zpřesněn, protože se uvažuje vnitřní a vnější báze. Tento model se nazývá Gummel-Poonův. Známy je i Ebers-Mollův model, který se ale nepoužívá v simulačních programech. Diody popisují statickou část modelu. Jedná se o přímý a zpětný proud, které jsou popsány Shockleyovou rovnicí. Důležitým jevem je závislost zesílení tranzistoru na kolektorovém proudu. V oblasti středních proudů je zesílení rovno proudovému zesilovacímu činiteli. V oblasti malých a velkých proudů zesílení klesá viz obr.2. V obvodovém modelu je vidět, že odpor báze je proměnlivý. S rostoucím proudem báze klesá odpor. Tato závislost je na obr.2. Důležitou dynamickou vlastností tranzistoru je průletová doba. Ta není konstantní, jak ukazuje graf na obr.2, protože s rostoucím přímým proudem roste také průletová doba, což zhoršuje dynamické vlastnosti tranzistoru.

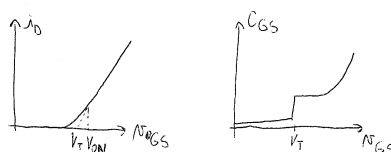
3 Unipolární tranzistory

Mezi unipolární tranzistory patří JFET, MOSFET a MESFET. Jejich obvodové modely jsou na obr.3.



Obrázek 3: Modely unipolárních tranzistorů JFET, MOSFET a MESFET

Začneme JFETem s kanálem N. Jeho model obsahuje dvě antisériové diody, které popisují statickou část přechodů gate-drain a gate-source. K nim je paralelně zařazen nelineární proudový zdroj, který modeluje zesílení tranzistoru. Kondenzátory reprezentují bariérové kapacity přechodů. Oba přechody jsou běžně uzavřené, a proto není nutné uvažovat difúzní kapacity. Rezistory reprezentují sériové odpory elektrod. Odpor gate je v ideálním případě nekonečný a modelu se nekreslí. Proudový zdroj je řízen napětími gate-source a drain-source. Jeho definice je různá v odporové a saturační oblasti. Dalším typem unipolárního tranzistoru je MOSFET, který je nejsložitějším prvkem, protože obsahuje dielektrickou vrstvu na gate. Kvůli tomu se v rovnicích vyskytují i neelektrické parametry vrstvy. Podíváme se na MOSFET s P kanálem tedy indukovaným N kanálem. V obvodovém modelu vidíme dvě antisériové diody, které popisují statickou část přechodů gate-drain a gate-source. Zesílení tranzistoru popisuje nelineární proudový zdroj závislý na napětích gate-source a drain-source. Dynamické vlastnosti modelují kondenzátory, kde se tentokrát neuvažuje gate ale bulk. Kvůli dielektrické vrstvě se objevují tři kapacity mezi gate a ostatními elektrodami. Elektrody mají také sériový odpor. U MOSFETu je zajímavá převodní charakteristika viz obr.4.

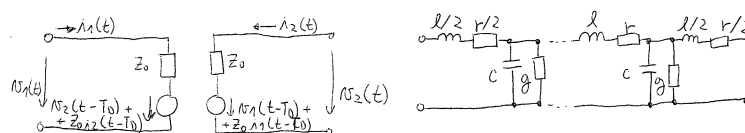


Obrázek 4: Převodní charakteristika MOSFETu a bariérová kapacita gate-source MESFETu

Prahové napětí se nedefinuje jako napětí, při kterém se otevře přechod ale jako napětí, kdy proud drainu dosáhne definované hodnoty. Tranzistor je sepnutý a převodní charakteristika se linearizuje. Prodloužením přímkou můžeme najít prahové napětí. Hradlové kapacity připojené ke gate problematickou částí modelu a existuje několik variant, které je definují. Posledním typem unipolárního tranzistoru je MESFET, který je podobný JFETu. Narozdíl od přechodů PN obsahuje přechody kov-polovodič. Na obr.3 vidíme dvě dvojice diod, které modelují přechody kov-polovodič. Zesílení tranzistoru modeluje nelineární proudový zdroj. Dynamickou část modelu popisují kondenzátory. Nově se zde objevuje i kapacita drain-source. Rezistory reprezentují sériové odpory elektrod. Zajímavým jevem v MESFETu je napěťová závislost bariérové kapacity gate-source, kterou vidíme na obr.4. Je tam výrazný skok v oblasti prahového napětí. Pro větší napětí je kapacita definována obvyklým způsobem.

4 Přenosové vedení

Přenosové vedení je prvek s rozprostřenými parametry, co komplikuje jeho modelování, protože se popisuje parciálními diferenciálními rovnicemi. Elektronické obvody se ale popisují obyčejnými diferenciálními rovnicemi. Nejjednodušším typem je bezztrátové vedení, které je na obr.5.



Obrázek 5: Model bezztrátového a ztrátového přenosového vedení

Je to dvojbranový model podobný Z modelu. Vyskytuje se zde charakteristická impedance vedení. Napěťový zdroj je řízen proudem na druhé bráně, co je součástí Z modelu, ale také odraženým napětím, protože vedení je obecně neprizpůsobené. Nějakou dobu trvá, než vlna projde vedením, což je respektováno zpožděním. Bez ztrátové vedení je tedy modelováno velmi jednoduchým obvodem. Obecné vedení je ale ztrátové. Jeho obvodový model vidíme na obr.5. Takto se standardně modelují obvody s rozprostřenými parametry. Objevují se zde parametry indukčnosti, kapacity, odpor a vodivost vedení. Počet takových sekcí je nekonečný, ale ve výpočtech musí být jejich počet samozřejmě konečný. Počet sekcí velmi ovlivňuje přesnost výpočtů. U vedení je možné prohodit brány a obvod se chová symetricky. Proto je v modelu na vstupu a výstupu poloviční indukčnost a odpor.

5 Algoritmy pro analýzu obvodů

Elektronické obvody se popisují soustavou nelineárních algebro-diferenciálních rovnic. Diferenciální části se objevují kvůli reaktančním prvkům a nelineární části kvůli polovodičovým prvkům. Charakteristika diody je exponenciální, což je nelineární závislost. Nejprve si popíšeme numerické řešení nelineární algebraické rovnice. Takovým obvodem může být dioda a odpor. Proud je určen exponenciálou, ze které chceme vypočítat napětí. Rovnice se řeší Newtonovou metodou.

$$f^{(j)} \Delta v^{(j)} = -f^{(j)} \quad (3)$$

$$v^{(j+1)} = v^{(j)} + \Delta v^{(j)} \quad (4)$$

Rovnice není nic jiného než klasická interpretace derivace. Derivace představuje směrnici tečny čili tangens úhlu, který se počítá z délek odvěsen. Index j je pořadí iterace. V průběhu výpočtu se s každou iterací zpřesňuje napětí, protože se přičítají opravy. Oprava ale může přesáhnout rozsah zobrazitelných čísel. Kvůli tomu se používá logaritmické tlumení divergence.

$$v^{(j+1)} = v^{(j)} + \text{sign}(\Delta v^{(j)}) \ln(1 + |\Delta v^{(j)}|) \quad (5)$$

Z rozvoje logaritmu Taylorovy řady vyplývá, že malé opravy se téměř nezmění, ale velké opravy se výrazně zmenší a riziko přetečení rozsahu je také menší. Nyní se podíváme na řešení nelineárních diferenciálních rovnic. Příkladem takového obvodu je dioda a RC článek. Protože obvod je dynamický, napětí na diodě bude časově proměnné. Pro nalezení časového průběhu se používá metoda prediktor-korektor. Napětí v následujícím čase se odhadne (predikce) z předešlého pomocí explicitní Eulerovy metody.

$$v_{n+1}^{(0)} = v_n + v_n'(t_{n+1} - t_n), v_{n+1}^{(0)'} = v_n' \quad (6)$$

Odhad hodnoty je v podstatě nultá iterace. V dalších iteracích se hodnota opravuje (korekce) pomocí implicitní Eulerovy metody.

$$v_{n+1}^{(j)} = v_n + v_{n+1}^{(j)'}(t_{n+1} - t_n) \quad (7)$$

Opravy jsou tedy iteracemi Newtonovy metody. Při numerickém řešení soustavy nelineárních rovnic se samozřejmě nevyhneme řešení soustav lineárních rovnic. Gaussova eliminace je ovšem neefektivní. Místo toho se používá LU rozklad matice soustavy na součin dolní (lower) a horní (upper) trojúhelníkové matice. Výpočet je potom velmi jednoduchý.

$$\mathbf{LUX} = \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{LY} = \mathbf{Z}, \mathbf{UX} = \mathbf{Y} \quad (8)$$

Místo jedné soustavy se sice řeší dvě, ale protože obě matice jsou trojúhelníkové, výpočet je mnohem rychlejší.

6 Algoritmy pro syntézu obvodů

Úkolem syntézy je optimalizovat parametry obvodu tak, aby splňoval zadané parametry s minimální odchylkou. Velmi používaná je metoda nejmenších čtverců, která minimalizuje kvadráty odchylek mezi požadavkem a výsledkem. Jednotlivé proměnné jsou parametry, které optimalizujeme. Index m představuje počet bodů na charakteristice, kterých chceme dosáhnout.

$$S(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^m R_k^2(x_1, \dots, x_n) \quad (9)$$

Tento výraz se musí minimalizovat. Totální diferenciál tedy musí být nulový, z čehož odvození metody vychází. Výsledný algoritmus spočívá v řešení následující soustavy rovnic, kde se vyskytuje Jakobiho matice. Ta obsahuje parciální derivace všech odchylek podle všech proměnných.

$$\mathbf{J}^T \mathbf{J} \Delta \mathbf{x}^{(j)} = -\mathbf{J}^T \mathbf{r} \quad (10)$$

7 Literatura

[1] Dobeš J., Návrh vysokofrekvenčních a mikrovlnných obvodů počítačem, Vydavatelství ČVUT, 2003